Un percorso tra argomentazione e dimostrazione matematica

Enrico Rogora
rogora@mat.uniroma1.it

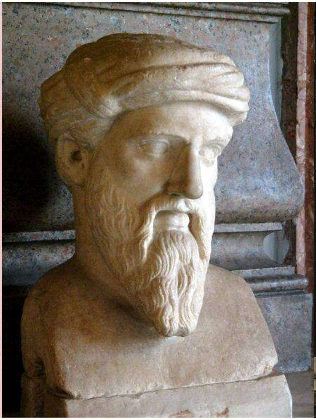
Università di Roma

5 Novembre 2024
Associazione culturale Antonio Rosmini

Parte I: le matematiche preelleniche e i loro aspetti rituali e applicativi.

Programma

Baudahyana (800 BC – 740 BC)

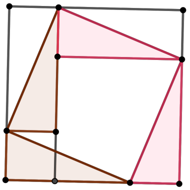


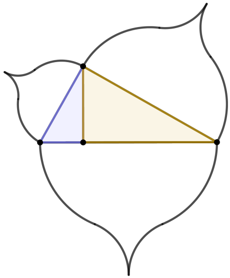
Pitagora (570 BC – 490 BC)

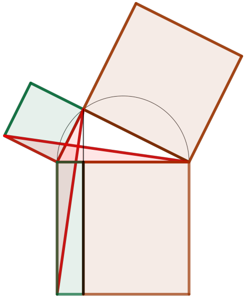
Euclide (325 BC – 265 BC)

Aree geografiche

Sommare figure



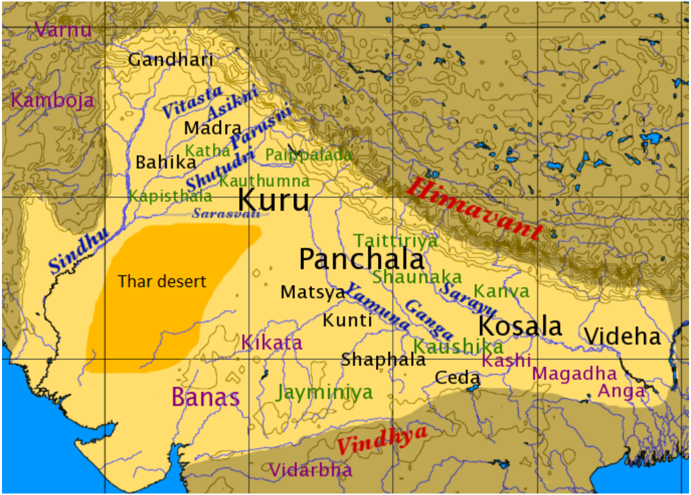




The crest of the peacock

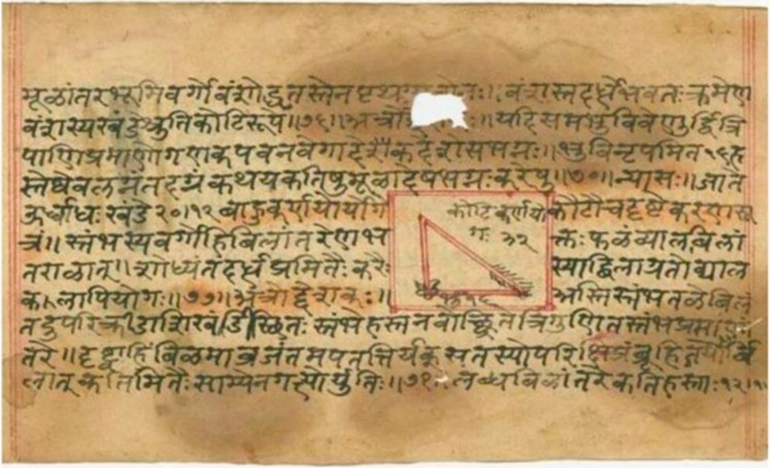
Religiosità indiana

Civiltà vedica

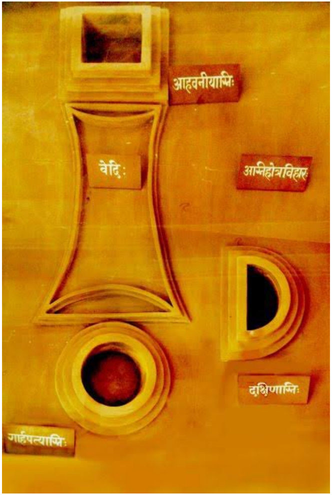


Ritualità vedica

Shulba sutras

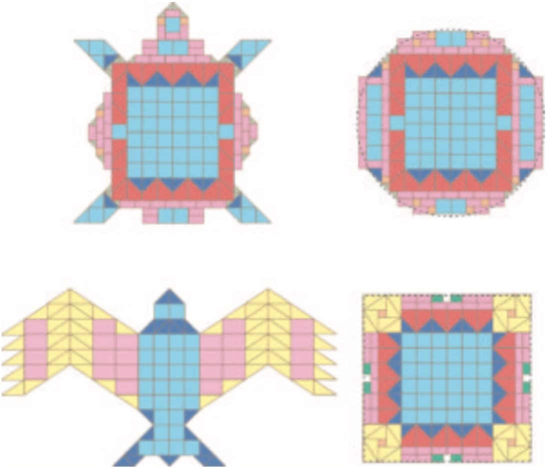


Altare del fuoco

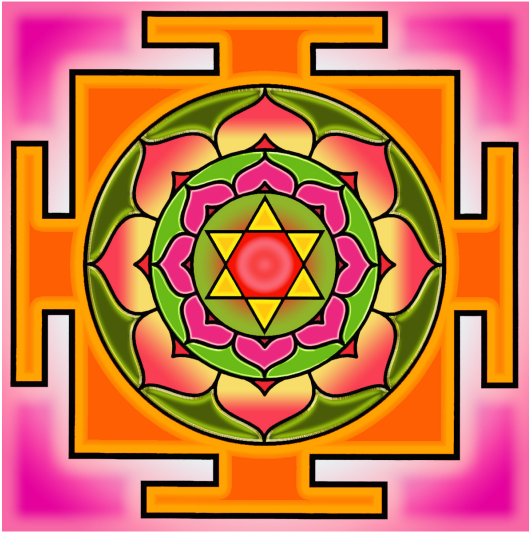


Altare del falcone

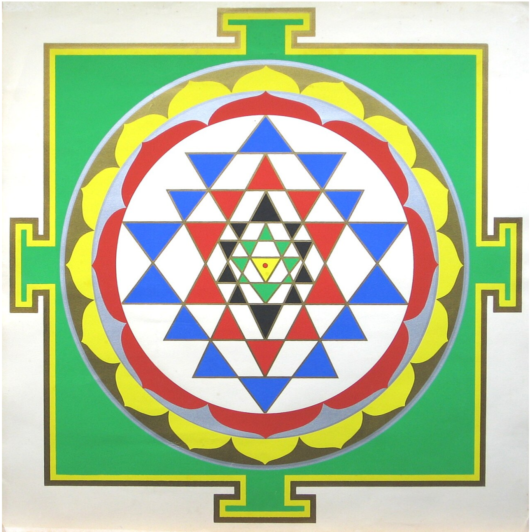
Taglia e cuci



Yantra



Sri Yantra



Yantra 3D

Attività GeoGebra sullo Sri Yantra

L'attività

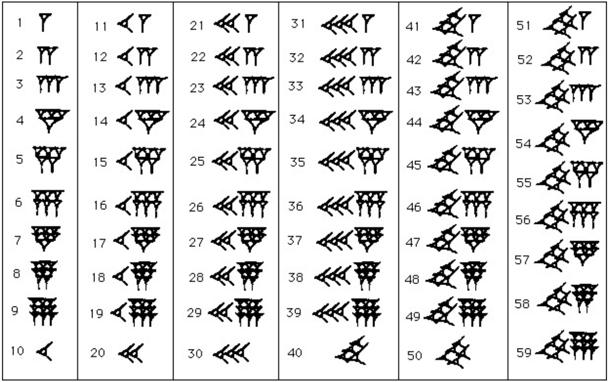
https://www.geogebra.org/classroom/d9xskmp7

Il percorso

https://www.geogebra.org/classroom/z2qnputy

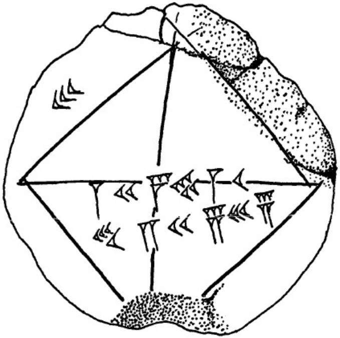
Matematica in Mesopotamia

Sistema di numerazione babilonese



Yale Babylonian Collection 7289

Yale Babylonian Collection 7289



Yale Babylonian Collection 7289

Algoritmo dicotomico per la radice quadrata di due

1	1.500000000	1;30,00,00
2	1.250000000	1;15,00,00
3	1.375000000	1;22,30,00
4	1.437500000	1;26,15,00
5	1.406250000	1;24,22,30
6	1.421875000	1;25,18,45
7	1.414062500	1;24,50,37
8	1.417968750	1;25, 4,41
9	1.416015625	1;24,57,39
10	1.415039063	1;24,54, 8
11	1.414550781	1;24,52,22
12	1.414306641	1;24,51;30
13	1.414184570	1;24,51; 3
14	1.414245605	1;24,51;17
15	1.414215088	1;24,51;10
16	1.414199829	1;24,51; 7
17	1.414207458	1;24,51; 8
18	1.414211273	1;24,51; 9
19	1.414213181	1;24,51;10

Tavoletta IM 67118 del Museo nazionale di Baghdad

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

La procedura di soluzione di IM 67118

1. Calcola $2xy = 1;30$.
2. Sottrai da $x^2 + y^2 = 1;33,45$ in modo da avere $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$.
3. Estrai la radice quadrata in modo da avere $x - y = 0;15$.
4. Dividi per 2 per avere $(x - y)/2 = 0;7,30$.
5. Dividi $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ per 4 per ottenere $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$.
6. Aggiungi $xy = 0;45$ per avere $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$.
7. Estrai la radice quadrata in modo da avere $(x + y)/2 = 0;52,30$.
8. Aggiungi $(x + y)/2 = 0;52,30$ a $(x - y)/2 = 0;7,30$ per ottenere $x = 1$.
9. Sottrai $(x - y)/2 = 0;7,30$ a $(x + y)/2 = 0;52,30$ per ottenere $y = 0;45$.
10. Quindi il rettangolo ha lati x=1 e y=0;45.

Tabelle dei quadrati

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	1,4
9	1,21
10	1,40
11	2,1
12	2,24

Tabelle degli inversi

2	0; 30
3	0; 20
4	0; 15
5	0; 12
6	0; 10
8	0; 7, 30
9	0; 6, 40
10	0; 6
12	0; 5
15	0; 4
16	0; 3, 45
18	0; 3, 20
20	0; 3
24	0; 2, 30
25	0; 2, 24
27	0; 2, 13, 20

British Museum 92698

Problemi di secondo grado

Per risolvere l'equazione $x^2 + bx = c$

Usa la formula

$$x = \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}\right) - \frac{b}{2}$$

Manca nella matematica babilonese la notazione algebrica e il calcolo algebrico che permette di dimostrare la formula. Manca anche, almeno per quanto ne sappiamo, l'esigenza di fornire una dimostrazione della correttezza della procedura risolutiva.

> *We should be careful not to read into early mathematics ideas which we can see clearly today yet which were never in the mind of the author. Conversely we must be careful not to underestimate the significance of the mathematics just because it has been produced by mathematicians who thought very differently from today's mathematicians.*

J J O'Connor and E F Robertson

Una valutazione della matematica babilonese

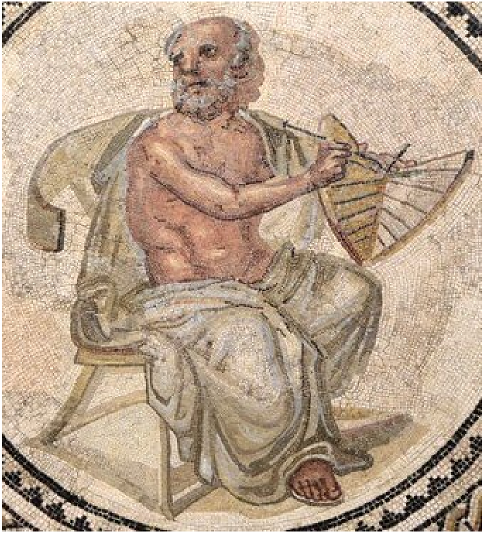
Bibliografia I

- Chemla, *The history of mathematical proof*.
- Joseph, *The crest of the peacock*.
- Seidenberg, “Euclid. book 1”.
- Rodin, “Constructive axiomatic method”.
- Le paleoscienze le origini delle attività cognitive
- Scienza indiana periodo vedico: la matematica
- Scienza-indiana-periodo-classico-matematica
- vicino-oriente-antico-la-matematica
- Scienza-egizia-matematica

Parte II: La matematica ellenica e i suoi rapporti con la retorica e la filosofia.

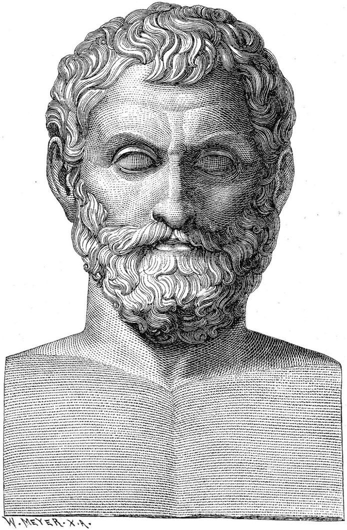
La civiltà della polis

La nascita della scienza

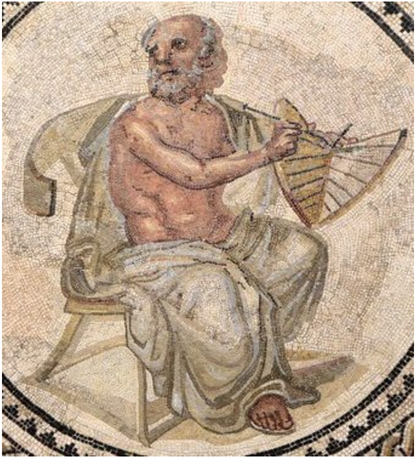


Dal mito alla scienza: l'affermarsi del pensiero razionale

Talete



Anassimandro



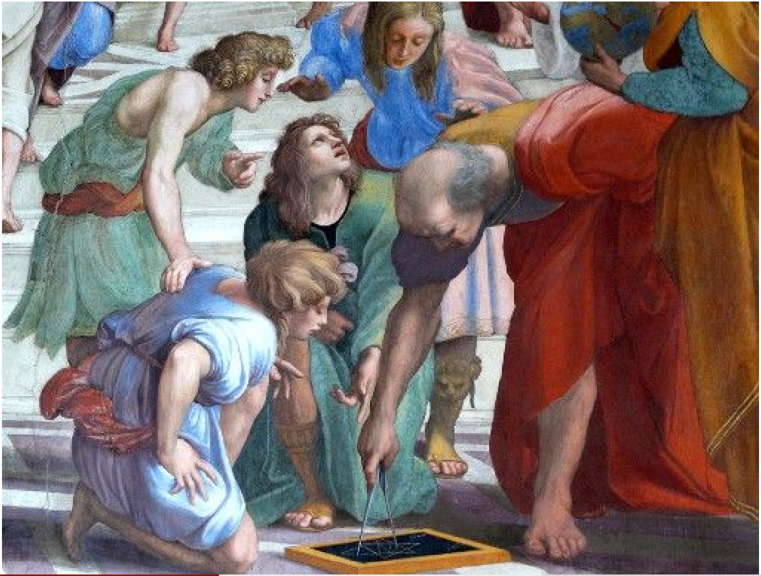
Alcuni affermano che la terra sta dove è a causa di un principio di indifferenza. Tale è, tra gli antichi, Anassimandro. Perché ciò che è situato nel centro e ad uguale distanza dalle estremità non ha inclinazione qualsivoglia a muoversi verso l'alto piuttosto che verso il basso o verso un lato piuttosto che verso un altro; e siccome è impossibile muoversi in direzioni opposte nello stesso tempo, è necessario che stia dov'è. (Aristotele)


iStock
Credit: DenPotisev
1026791848

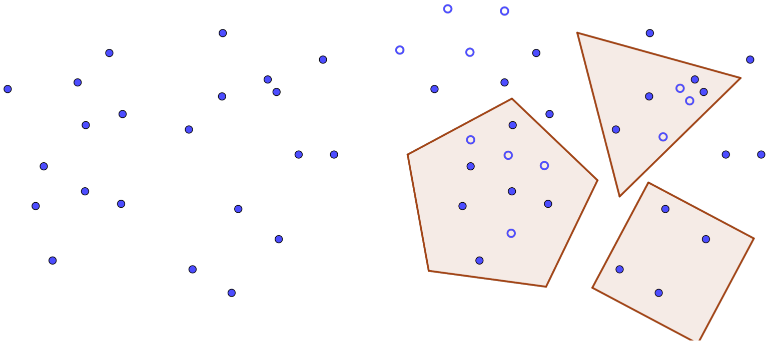
Demos

Agone

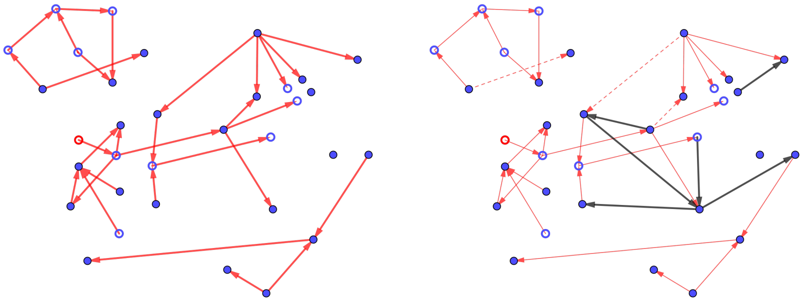
Matematica argomentativa



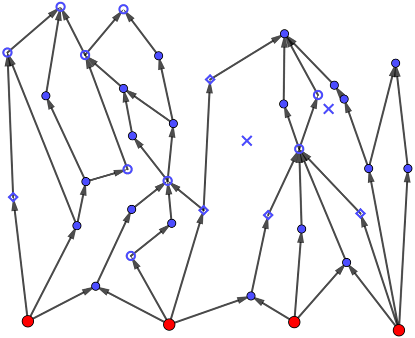
Algoritmi e strutture: costruzioni e proprietà



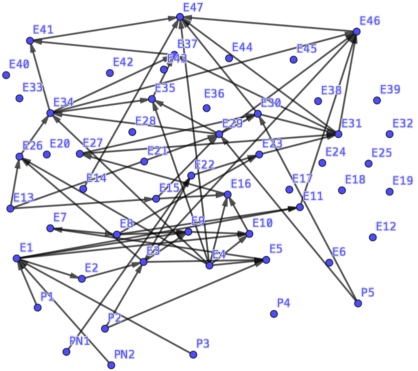
Deduzioni

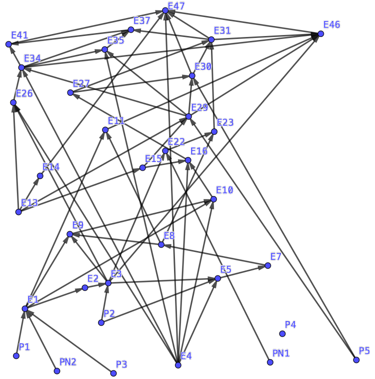


Dimostrazioni



Euclide I.47


E47
E41
E46
E37
E44
E45
E40
E42
E43
E33
E35
E36
E38
E39
E34
E30
E28
E29
E31
E32
E26
E20
E27
E21
E23
E24
E25
E22
E14
E17
E18
E19
E15
E16
E13
E11
E7
E8
E9
E10
E12
E1
E3
E5
E4
E6
E2
P1
P5
P4
P2
PN1
P3
PN2


E47
E37
E46
E41
E31
E35
E34
E30
E27
E26
E29
E11
E23
E22
E16
E15
E14
E10
E13
E9
E8
E7
E2
E3
E5
E1
P2
P4
P1
PN1
P5
E4
PN2
P3

Il percorso didattico

Il percorso

https://www.geogebra.org/classroom/z2qnputy

Dibattito argomentativo

Menone

6. Socrate spiega perché si debba definire la virtù come una unità

MENONE: E infatti, o Socrate, non riesco proprio, nel modo in cui tu la cerchi, a comprendere quest'*unica* virtù presente in tutte, così come avveniva negli altri casi.

SOCRATE: è naturale; ma io farò ogni sforzo, se mi è possibile, perché possiamo andare avanti. Comprendi infatti che le cose stanno così in ogni caso: se qualcuno ti ponesse la domanda alla quale facevo riferimento poco fa: «Che cos'è una figura, o Menone?», se gli rispondessi che è la circolarità, se ti chiedesse ciò che appunto ti ho chiesto io: «La circolarità è la figura o *una* figura?», sicuramente diresti che è una figura.

MENONE: Certamente.

SOCRATE: Forse perché esistono anche altre figure?

MENONE: Sì.

SOCRATE: E se inoltre ti chiedesse quali, le diresti?

MENONE: Sì.

SOCRATE: E ancora, se ti si chiedesse allo stesso modo riguardo al colore, che cos'è, se tu rispondessi che è il bianco e di rimando il tuo interlocutore chiedesse: «Il bianco è il colore o un colore?», diresti che è un colore, perché ce ne sono anche altri?

MENONE: Sì.

SOCRATE: E se ti pregasse di dire altri colori, ne indicheresti altri che sono colori non meno del bianco?

MENONE: Sì.

SOCRATE: E via, se così come faccio io, tirasse innanzi il suo ragionamento, direbbe: «Arriviamo sempre a una pluralità di cose, ma per me non va così; tuttavia dal momento che tu chiami questa pluralità con un solo nome e dici che non ce n'è nessuna tra esse che non sia una figura, anzi, essendo queste il contrario l'una dell'altra, cos'è quella cosa che comprende il rotondo non meno che il dritto, che tu chiami appunto figura, dicendo che ciò che è circolare è una figura per nulla meno di quanto lo sia ciò che è retto?». O non dici così?[5]

MENONE: Sì.

SOCRATE: Ebbene, quando tu parli così, non dici forse che ciò che è circolare non è più circolare di ciò che è retto, e ciò che è retto non è più retto di ciò che è circolare?

MENONE: No davvero, o Socrate.

SOCRATE: Eppure tu affermi che ciò che è circolare è una figura come ciò che è retto, né più né meno.

MENONE: Dici il vero.

7. Socrate fornisce come esempio la definizione di figura (primo esempio)

SOCRATE: Che cosa è mai dunque questa cosa che ha questo nome, la figura? Cerca di spiegarlo. Se dunque a chi ti ponesse una domanda del genere a proposito della figura o del colore, tu rispondessi: «Ma io non capisco proprio cosa vuoi, uomo, e non so cosa dici», forse si meraviglierebbe e direbbe: «*Non capisci che cerco ciò che in tutte queste cose è identico?*», e neppure in riferimento a questo, o Menone, sapresti rispondere, se uno ti chiedesse: «Che cosa c'è nel circolare, nel dritto e nelle altre cose che tu chiami appunto figure che sia identico in tutte?». Cerca di rispondere, per essere preparato alla risposta sulla virtù.

MENONE: No, dillo tu, o Socrate.

SOCRATE: Desideri che ti faccia un favore?

MENONE: Certo.

SOCRATE: E vorrai quindi anche tu rispondermi sulla virtù?

[5] Questo problema è stato toccato anche in altri dialoghi platonici (*Filebo*, *Fedone*, *Protagora*), e possiamo riassumerlo in questi termini: come una certa classe di cose ne possa comprendere nel suo insieme molte altre diverse fra loro. È il problema ontologico di fondo della filosofia antica da Parmenide in poi: come è possibile che dall'unità derivi la molteplicità?

MENONE: Sì.

SOCRATE: Bisogna essere allora bene animati, perché ne vale la pena.

MENONE: Sicuramente.

SOCRATE: Suvvia, cerchiamo di spiegarti che cos'è la figura. Considera dunque se accetti questa definizione: per noi la figura sia ciò che sola, tra le cose esistenti, accompagna sempre il colore. Lo ritieni sufficiente o cerchi in qualche altro modo? Io infatti sarei soddisfatto se mi rispondessi così sulla virtù.

MENONE: Ma questa definizione è ingenua, o Socrate.

SOCRATE: Come dici?

MENONE: Voglio dire che la figura, in base al tuo discorso, è ciò che segue sempre il colore. Ma se qualcuno dicesse di non conoscere il colore, si troverebbe però in difficoltà allo stesso modo come per la figura, quale risposta pensi di aver dato?

SOCRATE: La verità, per parte mia; e se fosse un saggio, uno degli eristici e degli amanti delle dispute ad interrogare, gli direi: «Ho dato la mia risposta; se quel che dico non è giusto, è compito tuo prendere la parola e contestarlo[6]». Ma se, come me e te adesso, essendo amici, volessero discutere tra loro, bisogna rispondere con un tono più mite e con maggiore argomentazione. Forse il modo più argomentativo implica non solo rispondere la verità, ma anche rispondere attraverso quei passaggi che l'interrogato ammetta di sapere. Cercherò di parlarti anch'io in questo modo. Dimmi: c'è qualcosa che tu chiami fine? Con questo voglio dire termine, limite ultimo - con tutte queste parole dico un'identica cosa; forse Prodico sarebbe di parere diverso dal nostro, ma tu, ne sono sicuro, dici che qualcosa è terminato e finito - voglio dire qualcosa di tal genere, niente di complicato.

MENONE: Sì, uso questi nomi, e credo di capire ciò che stai dicendo.

SOCRATE: Cosa? Tu chiami qualcosa *piano* e qualcos'altro *solido*, come i termini che si impiegano nelle geometrie?

MENONE: Io almeno li chiamo così.

SOCRATE: Ormai quindi potresti capire da tutto ciò che cosa intendo con figura. Infatti per ogni figura io dico questo: che la figura è il limite in cui finisce il solido; concludendo potrei dire che la figura è il limite del solido.

8. Socrate dà la definizione del colore al modo di Gorgia (secondo esempio)

MENONE: E del colore, Socrate, cosa dici?

SOCRATE: Sei senza misura, Menone: tormenti un uomo anziano con l'ordine di rispondere, mentre tu stesso non vuoi ricordare e dire che cosa mai Gorgia dice che sia la virtù.

MENONE: Ma te lo dirò, Socrate, quando tu mi avrai detto questo.

SOCRATE: Anche col velo agli occhi si potrebbe riconoscere, Menone, mentre parli, che sei bello e che hai ancora degli amanti.

MENONE: Perché mai?

SOCRATE: Perché non fai che impartire ordini nei tuoi discorsi, come fanno coloro che vivono nel lusso, dato che sono tiranni finché sono nel fiore della giovinezza, e contemporaneamente forse ti sei accorto che io mi lascio sopraffare dai belli. Dunque ti farò cosa gradita e risponderò.

MENONE: Fammi questo grande favore.

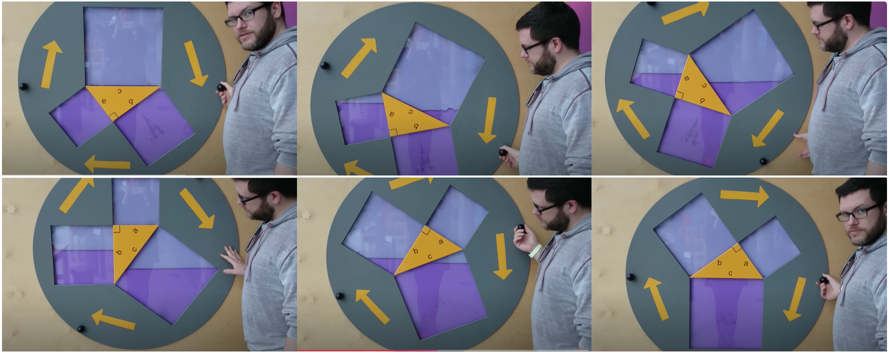
SOCRATE: Ebbene, tu vuoi che io ti risponda alla maniera di Gorgia, in quanto potresti seguire decisamente meglio?

MENONE: Lo voglio, come no?

SOCRATE: Non dite che ci sono degli effluvi delle cose esistenti, secondo Empedocle?

[6] Socrate continua con la sua dose di ironia, e provoca Menone dando non una definizione di figura, bensì enumerandone uno degli attributi: il colore.

Attività sul teorema di Pitagora



geogebra.org buttpdqn mxqfmvmj
geogebra.org hessfdqc dxd7z2ct

Un filmato con una dimostrazione del teorema di Pitagora.

Una testimonianza

Non scorderò mai le quattro giornate della settimana dello studente che ho passato in aula studio cercando di capire come sviluppare da zero una dimostrazione abbastanza complessa. Come non scorderò le ore spese nella mia camera a registrare il primo video. (. . .) Queste attività mi hanno insegnato ad apprezzare le formule e le dimostrazioni che incontro tutti i giorni. (. . .) Per questo posso dire che il mio rapporto con la matematica è cambiato. (. . .) Oggi la considero un'arte ricchissima la cui bellezza però è difficile da cogliere senza ripercorrere interamente la sua storia. (. . .) Il confronto sulle dimostrazioni che ho avuto con gli altri elementi del mio gruppo e poi con tutta la classe è stato avvincente. Sono rimasta stupita che ci siamo fatti tutti coinvolgere.

Parte III: La matematica ellenistica e i suoi rapporti con la scienza.